

مقایسه عملکرد چهار الگوریتم فراابتکاری نوین برای حل مسایل بهینه‌سازی ریاضی

هدی دلیلی یزدی* رضا توکلی مقدم و گلریز بوالحسنی

*دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران hdalili59@yahoo.com
استاد دانشکده مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران
دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران

چکیده

امروزه الگوریتم‌های فراابتکاری سهم بسزایی را در حل تقریبی مسائل بهینه‌سازی دارا می‌باشند. انتخاب الگوریتمی مناسب برای مسائل مختلف دارای اهمیت می‌باشد به طوری که یک الگوریتم برای گونه‌ای از مسائل می‌تواند مناسب و در عین حال برای دیگر مسائل نامناسب باشد. در این مقاله سعی شده است با مقایسه الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری با ۳ الگوریتم نوین بهینه‌سازی (الگوریتم زنبور‌ها، الگوریتم مبتنی بر جغرافیای زیستی، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام جوجه‌ها) (از طریق حل نه تابع معیار)، عملکرد این الگوریتم‌ها از دو جهت دستیابی به نقطه بهینه سراسری و همچنین زمان دستیابی به این نقطه، مورد بررسی قرار گیرد. به جهت صحیح بودن مقایسه، الگوریتم‌های انتخاب شده همگی از جمله الگوریتم‌هایی هستند که برگرفته از رفتار غذاییابی موجودات زنده می‌باشند. واژگان کلیدی الگوریتم گرگ خاکستری؛ الگوریتم زنبور‌ها؛ الگوریتم مبتنی بر جغرافیای زیستی؛ الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام جوجه‌ها؛ توابع ریاضی

الگوریتم ۲ مراحل (سودو کد) الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام جوجه [۴]

۱. مقدمه

```
Initialize a population of N chickens and define the
related parameters;
Evaluate the N chickens' fitness values, t=0;
while (t < Max Generation)
If (t % G == 0)
Rank the chickens' fitness values and establish a hier-
archical order in the swarm;
Divide the swarm into different groups, and determine
the relationship between the chicks and mother hens in
a group; End if
For i = 1 : N
If i == rooster Update its solution/location using
equation (1); End if
If i == hen Update its solution/location using equa-
tion (3); End if
If i == chick Update its solution/location using equa-
tion (6); End if
Evaluate the new solution;
If the new solution is better than its previous one,
update it;
End for
End while
```

الگوریتم گرگ خاکستری توسط میرجلیلی و همکاران [۱] معرفی شد که بر پایه رفتار شکار گرگ‌ها و سلسله مراتب حاکمیت آنها استوار می‌باشد. در این الگوریتم بر اساس مکان سه نقطه آلفا و بتا و دلتا (یعنی بهترین نقاط در هر تکرار) مکان نقطه بهینه محاسبه می‌گردد. الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر جغرافیای زیستی توسط سیمون [۲]، بر پایه مدل‌های ریاضی جغرافیای زیستی پیشنهاد شد. در اصل این الگوریتم، دو اپراتور اصلی به نام مهاجرت و جهش قبل از بهینه‌سازی وجود دارد. هر فرد در جمعیت ارزیابی می‌شود، سپس مراحل مهاجرت و جهش را برای رسیدن به حداقل سراسری، طی می‌کند. الگوریتم زنبورها توسط فام و همکاران [۳] مطرح شد که با الهام از رفتار جستجوی طبیعی زنبور عسل برای پیدا کردن بهترین گلزارها (راه حل بهینه) عمل می‌کند. زنبورهای عسل پیشرو با حرکات بدن خود، جهت منبع غذایی، فاصله منبع غذایی و همچنین غنای منبع غذایی را به دیگر زنبورها انتقال می‌دهند. انتخاب سایت‌های منتخب و ارسال زنبورهای بیشتر به آن سایتها، روش اجرای الگوریتم زنبور (الهام گرفته از رفتار زنبور عسل) می‌باشد. الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام جوجه‌ها توسط منگ و همکاران پیشنهاد شد که از رفتار ازدحام مرغ‌ها که شامل رفتار خروس‌ها، مرغ‌ها و جوجه‌ها الهام گرفته است و برای حل مسائل کاربردی پیشنهاد شده است. برای مقایسه عملکرد الگوریتم گرگ خاکستری با سه الگوریتم بیان شده، ابتدا مدل ریاضی آنها توسط نرم افزار Matlab کدنویسی شده و سپس برای ۹ تابع ریاضی اجرا می‌شود. جهت آشنایی با این الگوریتم‌های نوین، به عنوان نمونه مراحل (سودو کد) دو الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری و ازدحام جوجه‌ها بیان می‌شود.

الگوریتم ۱ مراحل (سودو کد) الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری [۱]

```
X $\alpha$ =the best search agent
X $\beta$ =the second best search agent
X $\delta$ =the third best search agent
while (t < Max number of iterations)
for each search agent
Update the position of the current search agent by
above equations
end for
Update a, A, and C
Calculate the fitness of all search agents
Update X $\alpha$ , X $\beta$ , and X $\delta$ 
t=t+1
end while
return X $\alpha$ 
```

برای مقایسه عملکرد الگوریتم گرگ خاکستری با سه الگوریتم بیان شده، ابتدا مدل ریاضی آنها توسط نرم افزار Matlab2014 کدنویسی شده و برای نه تابع معیار اجرا گردیده است.

۲. نتایج محاسباتی

به نظر می‌رسد برای مقایسه الگوریتم‌های مختلف بهینه‌سازی، رفتار آنها را باید در برخورد با حل توابع مختلف ریاضی مورد بررسی قرار داد. در این پژوهش ۹ تابع معیار انتخاب گردیده و سپس هر یک از الگوریتم‌ها در شرایط مختلف، تغییر در تعداد نسل‌ها (۲۰۰، ۱۰۰۰، ۱۵۰۰) و ثابت نگه داشتن تعداد جمعیت برابر ۳۰ و تغییر در تعداد جمعیت (۲۰، ۳۰، ۵۰) و ثابت نگه داشتن تعداد نسل‌ها برابر ۱۰۰۰، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. قابل ذکر است که برای هر یک از شرایط خاص الگوریتم‌ها به تعداد ۲۰ بار اجرا و جواب نهایی از میانگین ۲۰ بار اجرا، حاصل شده است تا درصد خطا کاهش یابد. از ۱۰ جدول تهیه شده، ۴ نمونه از این جداول در ادامه آورده شده است.

جدول ۴: نرمال شده (تقسیم بر مینیمم) مقادیر برازندگی توابع مختلف در تکرار ۱۰۰۰ و تعداد جمعیت ۵۰

Bee	BBO	CSO	GWO	توابع ریاضی
۹/۵۸E+۶۰	۵/۱۸E+۶۹	۱/۷۶E+۲۵	۱/۰۰E+۰۰	Sphere
۲/۰۹E+۳۵	۴/۲۴E+۳۹	۱/۴۸E+۰۳	۱/۰۰E+۰۰	Schwefel2/۲۲
۱/۸۵E+۱۸	۶/۷۵E+۱۶	۱/۳۵E+۱۸	۱/۰۰E+۰۰	Schwefel2/۲۱
۱/۰۰E+۰۰	۹/۳۰E+۰۰	۲/۴۱E+۰۰	۲/۲۶E+۰۰	Rosenbrock
#	#	۱/۰۰E+۰۰	#	Rastrigin
۱/۵۳E+۰۹	۴/۰۱E+۱۳	۱/۰۰E+۰۰	۲/۵۲E+۰۰	Ackley
۲/۹۷E+۱۱	۹/۱۸E+۰۱	۲/۰۵E+۰۰	۱/۰۰E+۰۰	Griewank
۱/۱۱E+۰۲	۱/۰۰E+۰۰	۲/۴۱E+۰۳	۱/۵۶E+۰۱	Penalty#۱
۱/۰۰E+۰۰	۶/۴۰E+۰۸	۴/۷۵E+۱۰	۷/۶۳E+۰۹	Penalty#۲

جدول ۱: نرمال شده (تقسیم بر مینیمم) مقادیر برازندگی توابع مختلف در تکرار ۲۰۰ و تعداد جمعیت ۳۰

Bee	BBO	CSO	GWO	توابع ریاضی
۸/۳۹E+۰۷	۱/۵۱E+۰۹	۴/۱۱E+۰۴	۱/۰۰E+۰۰	Sphere
۳/۱۴E+۰۵	۱/۰۷E+۰۶	۱/۰۰E+۰۰	۷/۵۰E+۰۰	Schwefel2/۲۲
۱/۱۹E+۰۳	۲/۸۵E+۰۲	۱/۰۲E+۰۳	۱/۰۰E+۰۰	Schwefel2/۲۱
۵/۳۵E+۰۰	۷/۵۲E+۰۰	۲/۰۲E+۰۳	۱/۰۰E+۰۰	Rosenbrock
۱/۱۸E+۰۵	۵/۰۱E+۰۴	۱/۰۰E+۰۰	۱/۰۴E+۰۴	Rastrigin
۱/۷۰E+۰۵	۸/۸۲E+۰۴	۱/۰۲E+۰۳	۱/۰۰E+۰۰	Ackley
۶/۸۸E+۰۱	۱/۸۷E+۰۲	۲/۳۳E+۰۰	۱/۰۰E+۰۰	Griewank
۳/۹۲E+۰۱	۹/۲۱E+۰۰	۳۴۶۳۰۲۴	۱/۰۰E+۰۰	Penalty#۱
۱/۷۹E+۰۰	۱/۰۰E+۰۰	۶۳۵۱۸۰/۷	۲/۶۲۱۹	Penalty#۲

جمعیت و تکرارها وجود ندارد، الگوریتم زنبورها به ما جواب بهتری می‌دهد. نتیجه اینکه برای توابع نسبتاً پیچیده‌ای که نقاط بهینه محلی در آن وجود ندارد، برای اینکه الگوریتم زنبورها به ما جواب بهتری بدهد، احتیاج به تکرارهای بیشتر و جمعیت بیشتری داریم. در توابع Rastrigin و Ackley در همه موارد تقریباً، الگوریتم جوجه‌ها جواب بهتری به ما می‌دهد. این توابع دارای نقاط بهینه محلی زیادی هستند و مانند تابع Schwefel2/22 که دارای نقاط بهینه محلی است، بهترین جواب‌های خود را از الگوریتم جوجه‌ها دریافت می‌کنند. در تابع Griewank، که تابع نسبتاً پیچیده‌ایست، از آنجائیکه دارای نقاط بهینه محلی نمی‌باشد، همچنان الگوریتم گرگ در شرایطی که میزان جمعیت و تکرارها کم یا زیاد باشد، بهترین جوابها را به ما می‌دهد. در شرایطی که تعداد تکرارها و جمعیت متوسط می‌باشد، الگوریتم زنبورها بهترین جوابها را حاصل می‌کند. توابع Penalty#1 و Penalty#2 توابع بسیار پیچیده‌ای هستند و دارای نقاط بهینه محلی هم می‌باشند. در تابع Penalty#1 بهترین جوابها را الگوریتم جغرافیای زیستی و در تابع Penalty#2 بهترین جوابها را الگوریتم زنبورها ایجاد می‌کنند.

جدول ۲: نرمال شده (تقسیم بر مینیمم) مقادیر برازندگی توابع مختلف در تکرار ۱۵۰۰ و تعداد جمعیت ۳۰ (# به معنی تقسیم بر صفر می‌باشد)

Bee	BBO	CSO	GWO	توابع ریاضی
۱/۲۶E+۷۶	۵/۱۹E+۸۸	۲/۴۴E+۲۷	۱/۰۰E+۰۰	Sphere
۵/۷۶E+۴۸	۸/۸۵E+۵۴	۱/۰۰E+۰۰	۱/۷۷E+۰۳	Schwefel2/۲۲
۵/۸۰E+۲۲	۱/۶۱E+۲۱	۱/۴۳E+۲۲	۱/۰۰E+۰۰	Schwefel2/۲۱
۱/۰۰E+۰۰	۸/۸۲E+۰۰	۲/۷۴E+۰۰	۱/۷۱E+۰۰	Rosenbrock
#	#	۱/۰۰E+۰۰	۱/۰۰E+۰۰	Rastrigin
۲/۸۵E+۱۴	۳/۸۱E+۱۳	۱/۰۰E+۰۰	۱/۹۷E+۰۰	Ackley
#	#	#	۱/۰۰E+۰۰	Griewank
۱/۱۲E+۰۳	۱/۰۰E+۰۰	۵/۳۳E+۰۳	۳/۱۸E+۰۱	Penalty#۱
۱/۰۰E+۰۰	۴/۰۰E+۱۲	۱/۴۵E+۱۶	۱/۹E+۱۴	Penalty#۲

جدول ۳: نرمال شده (تقسیم بر مینیمم) مقادیر برازندگی توابع مختلف در تکرار ۱۰۰۰ و تعداد جمعیت ۲۰

Bee	BBO	CSO	GWO	توابع ریاضی
۱/۲۹E+۴۱	۲/۴۱E+۴۹	۷/۴۱E+۱۱	۱/۰۰E+۰۰	Sphere
۱/۷۱E+۳۱	۱/۹۰E+۳۵	۱/۰۰E+۰۰	۵/۷۹E+۰۶	Schwefel2/۲۲
۸/۵۱E+۱۲	۲/۷۰E+۱۱	۳/۲۹E+۱۲	۱/۰۰E+۰۰	Schwefel2/۲۱
۶/۸۶E+۰۰	۲/۲۵E+۰۱	۳/۸۶E+۰۰	۱/۰۰E+۰۰	Rosenbrock
۲/۱۰E+۰۲	۱/۱۰E+۰۲	۶/۰۲E+۰۰	۱/۰۰E+۰۰	Rastrigin
۸/۶۹E+۱۴	۶/۶۸E+۱۳	۱/۰۰E+۰۰	۲/۹۰E+۰۰	Ackley
۱/۰۰E+۰۰	۳/۸۵E+۰۲	۱/۳۹E+۰۱	۱/۳۲E+۰۰	Griewank
۱/۰۲E+۰۳	۱/۰۰E+۰۰	۱/۲۶E+۰۷	۱/۶۷E+۰۱	Penalty#۱
۱/۰۰E+۰۰	۱/۱۱E+۰۸	۲/۳۳E+۱۲	۱/۱۴E+۰۹	Penalty#۲

۳. نتیجه‌گیری

نتیجه کلی این است که الگوریتم گرگ معمولاً در دام بهینه‌های محلی گرفتار می‌شود، لذا برای مسایلی که دارای بهینه محلی هستند، مناسب نمی‌باشد، ولی در مسایل دیگر، با توجه به سرعت بالای همگرایی این الگوریتم، گزینه مناسبی برای حل می‌باشد. برخلاف الگوریتم گرگ، الگوریتم جوجه‌ها در دام بهینه‌های محلی گرفتار نمی‌شود و به نظر می‌رسد استفاده از مزیت‌های الگوریتم مرغ، برای اصلاح الگوریتم گرگ مناسب باشد. برای مسایل خیلی پیچیده، الگوریتم‌های زنبورها و جغرافیای زیستی، ما را به جواب بهینه نزدیک می‌کنند و برای اینگونه مسایل مناسب می‌باشند.

مراجع

- [1] A. Mirjalili, M. Mirjalili, A. Lewis, *Grey wolf optimizer*, *Advances in Engineering Software* Vol. 69 (2014), 46–61.
- [2] D. Simon, S. Memberl, *Biogeography-based optimization*, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* Vol. 12, No. 6, 2008, pp. 702–713.
- [3] B. Xing and W. Gao, *Innovative computational intelligence: A rough guide to 134 clever algorithms*, Springer, pp. 60–62., 2014
- [4] X. Meng and Y. Liu and X. Gao, and H. Zhang, *A new bio-inspired algorithm: Chicken swarm optimization*, ICSI, Part I, LNCS 8794, Springer, pp. 86–94, 2014.

طبق نتایج حاصل از بررسی مقایسه زمان رسیدن به نقطه بهینه در ۴ الگوریتم، الگوریتم GWO در تمام شرایط از دیگر الگوریتم‌های بیان شده، زودتر به جواب می‌رسد. اما در مورد مقدار برازندگی با تغییر تعداد تکرارها و تعداد جمعیت، نتایج متفاوت است. نتایج محاسباتی نشان داد که در مورد تابع Sphere که یک تابع ساده و بدون نقاط بهینه محلی است، چنانچه دارای تکرارهای زیاد یا کم و یا دارای جمعیت زیاد یا کم باشیم، همچنان الگوریتم گرگ جواب بهتری نسبت به سایر الگوریتم‌ها به ما می‌دهد. در مورد تابع Schwefel2/21 نیز همین قانون وجود دارد چرا که هم تابع ساده‌ای است و هم دارای نقاط بهینه محلی نمی‌باشد. نتیجه اینکه در مورد توابع ساده‌ای که دارای نقاط محلی نمی‌باشند، بهترین الگوریتم برای حل، الگوریتم گرگ خاکستری می‌باشد. در مورد تابع Schwefel2/22 تقریباً در همه موارد الگوریتم جوجه‌ها جواب بهتری نسبت به بقیه الگوریتم‌ها ایجاد می‌کند. این تابع کمی پیچیده‌تر از تابع Sphere است چرا که هم جمع متغیرها و هم ضرب آنها را در خود داراست. از طرفی این تابع دارای نقاط بهینه محلی هم می‌باشد. لذا برای حل مسایل کمی پیچیده و دارای نقاط بهینه محلی می‌توان از الگوریتم جوجه‌ها استفاده کرد. در تابع Rosenbrock که تابع نسبتاً پیچیده‌ای است ولی دارای نقاط محله بهینه نمی‌باشد و عملیات ضرب متغیرها در آن وجود ندارد زمانیکه دارای محدودیت جمعیت یا محدودیت تکرارها هستیم، الگوریتم گرگ همچنان جواب‌های بهتری به ما می‌دهد. ولی زمانیکه محدودیت